Matemática Discreta I

Primer Examen del curso 2007

18 de diciembre de 2007.

N. de Examen	Apellidos	Cédula de Identidad

RESPUESTAS (llenar)						No llenar			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

ACLARACIÓN

No hay puntos negativos y cada respuesta correcta vale 10 puntos. No se puede usar material.

Toda la información extra sobre el examen será publicada en la web[1].

Ejercicio 1 ¿Cuántas palabras distintas de 10 letras se pueden formar con las letras de la palabra RECURRENTE de forma tal que no haya dos letras Es consecutivas ? Opciones:
A) 20.
B) 10!/3!3!.
C) 7!8!/3!3!5!.
D) 10!/3!.
E) 7!8!/3!3!.

Ejercicio 2 Un padre quiere repartir 30 monedas de 1 peso entre sus 3 hijos. Al menor quiere darle no más de 8 pesos, al del medio no más de 19 pesos y al mayor quiere darle como mínimo 6 pesos. De cuántas maneras distintas puede repartir las monedas entre sus hijos? Opciones: A) 150; B) 174; C) 180; D) 185; E) 231.

Ejercicio 3 En la ecuación en recurrencia $a_{n+2} - 6a_{n+1} + 8a_n = n3^n$ que tiene como datos iniciales $a_0 = 0$ y $a_1 = 3$. ¿Cuánto vale a_{10}? Opciones:
A) $3\ 2^{10} - 3\ 4^{10} - 10\ 3^{10}$.
B) $-3\ 2^{10} + 3\ 4^{10} - 10\ 3^{10}$.
C) $3\ 2^{10} - 3\ 4^{10}$.
D) $8\ 2^{10} - 5\ 4^{10} - 10\ 3^{10}$.
E) $-3\ 2^{10} - 3\ 4^{10} - 10\ 3^{10}$.

Ejercicio 4 Sea un conjunto $A = \{1, 2, 3, .., 10\}$ y $B = \{2, 3, 5, 7\}$. Se define una relación R sobre $\mathcal{P}(A)$ (El conjunto de partes de A) como sigue : Dados $x, y \in \mathcal{P}(A)$, xRy si $B \cap x = B \cap y$.
Entonces Opciones:
A) R es reflexiva y simétrica, pero no transitiva.
B) R es un orden parcial.
C) R es de equivalencia .
D) R es reflexiva y antisimétrica, pero no transitiva.
E) Ninguna de las afirmaciones anteriores es correcta.

Ejercicio 5 Hallar el coeficiente de x^{10} en el desarrollo de $(1 + 3x + 5x^2 + 7x^3 + ... + (2n+1)x^n + ...)^2$ Opciones: A) 870; B) 880; C) 891; D) 912; E) 980.

[1] *http://imerl.fing.edu.uy/md1/Home/tabid/53/Default.aspx*

Ejercicio 6 Dadas las siguientes afirmaciones:

1. Todos los árboles son bipartitos
2. Existe un árbol que admite un recorrido euleriano y al sacarle una arista tiene un vértice de grado 3
3. El grafo $G = (V, E)$ es bipartito, donde $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ y $E = \{\{a, c\}, \{c, b\}, \{b, a\}, \{e, d\}, \{d, f\}, \{e, f\}\}$
4. Existe un grafo plano con 4 vértices, 6 aristas y 3 regiones.

Opciones:
A) Sólo las afirmaciones 1 y 2 son correctas.
B) Sólo 1 y 3 son correctas.
C) Sólo 3 y 4 son correctas.
D) Sólo 1 es correcta.
E) Ninguna afirmación es correcta.

EJERCICIOS DE DESARROLLO

Ejercicio 7 Sea un grafo sin lazos ni aristas múltiples, con 6 vértices, 13 aristas y tal que el grado de cada uno de sus vértices es 4 o mayor.

A G es conexo? Justificar

B Es plano? Justificar

C Tiene algún ciclo hamiltoniano, circuito euleriano, o camino euleriano? Justificar.

D Hallar su polinomio cromático.

Ejercicio 8

1. Cuál es el mayor número de aristas que puede tener un grafo simple sin lazos de 5 vértices sin que se forme ningún triángulo? Justificar.
2. Es plano el grafo hallado? Justificar.

Ejercicio 9

Demuestre que, dados 9 números distintos del 1 al 512, existen por lo menos dos, x e y, tales que $0 < \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} < 1$.

Ejercicio 10 Demuestre que la suma de los cubos de tres enteros consecutivos es múltiplo de 9.