

MATEMÁTICA DISCRETA I - 2005. PRÁCTICO 3
Relaciones de Recurrencia
(Respuestas)

Ejercicio 1:

- a) $a_3 = 24$
- b) $a_0 = 1$
- c) $\lim \frac{a_n}{2^n} = 3$
- d) $a_3 = 8$
- e) $\lim \frac{a_n}{2^n + 3^n} = 0$
- f) $a_0 = 0$

En f) entiendo que cuando dice que existe el límite está implícito que es finito.

Ejercicio 2:

- $a_n = a_0 \left(\frac{3}{2}\right)^n$;
- $a_n = a_0 \cdot n!$;
- $a_n = a_1 \cdot \frac{1}{n}$;
- $a_n = 2^{\frac{p^n - 1}{p - 1}}$

Ejercicio 3:

1. $a_n = 3^n$
2. $a_n = -2 \cdot 5^n + 4 \left(\frac{1}{2}\right)^n$
3. $a_n = 4 + 3 \left(\frac{-1}{3}\right)^n$
4. $a_n = -3 \cdot (i^{n+1} + (-i)^{n+1})/2$
5. $a_n = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}i\right) \cdot (2i)^n + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}i\right) \cdot (-2i)^n$
6. $a_n = 5 \cdot 3^n - n \cdot 3^n$
7. $a_n = \left(\frac{1}{2} - 2i\right) \cdot (-1 + i)^n + \left(\frac{1}{2} + 2i\right) \cdot (-1 - i)^n$
8. $a_n = \frac{1}{10} \cdot 7^n - \frac{1}{10} \cdot (-3)^n$
9. $a_n = n^2 + 2n + 1$
10. $a_n = n^3 - 2n^2 + n + 3$
11. $a_n = 3 \cdot 2^{n+1} - 5$
12. $a_n = (n + 2) \cdot 2^{n-1}$
13. $a_n = 2^{n+3} + (3n - 8) \cdot 3^n$
14. $a_n = \alpha + \beta n + \gamma n^2 + n^3 \left(\frac{5}{24} - 3/4\right)$
15. $a_n = (2 + n + n^2)2^{n-1}$

Ejercicio 4:

$$\alpha = 1, \beta = -2, a_{100} = 1$$

Ejercicio 5:

1. $a_n = a_{n-1} + n - 1, a_1 = 0$
2. $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, a_1 = 2, a_2 = 3$
3. $a_n = 2a_{n-1} + 2a_{n-2}$ con $a_1 = 3, a_2 = 8$.
4. $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, a_1 = 1, a_2 = 2$

5. $a_n = a_{n-1} + a_{n-3}$, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$
6. $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$
7. $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$, $a_1 = 2$, $a_2 = 3$

Ejercicio 6:

1. $a_n = 4^n$ porque $a_n = 4a_{n-1}$ y $a_1 = 4$
2. $a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$ porque $a_n = 3 \cdot a_{n-1}$ y $a_1 = 4$
3. $a_n = 3^n + 3(-1)^n$, $n \geq 2$ porque $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$, $\forall n \geq 4$, $a_2 = 12$,
 $a_3 = 24$

Ejercicio 7: $a_{1000} = 2 \cdot 2^{500} + 3^{500}$