Matemática Discreta I

Primer Examen del curso 2007

18 de diciembre de 2007.

RESPUESTAS

1	2	3	4	5	6
C	B	B	C	C	D

- **Ejercicio 7** El grafo es K_6 sin dos aristas no incidentes al mismo vértice. No es plano por Kuratowski. Tiene subgrafos homeomorfos a K_5 y también a $K_{3,3}$. Tiene ciclo hamiltoniano, no tiene circuito euleriano y tiene camino euleriano. El polinomio cromático agregando aristas es : $K_6 + 2K_5 + K_4$ O sea : $x(x-1)(x-2)(x-3)[(x-4)(x-5)+2(x-4)+1]$.

- **Ejercicio 8**

  Son 6 y es plano. Falta Justificación

- **Ejercicio 9** Sea A el conjunto de números seleccionados. Las raíces cúbicas de los números entre 1 y 512 están entre 1 y 8, sean estas raíces cúbicas las palomas. Si llamamos palomares a los intervalos de longitud 1 de [1,8], de la forma $[i, i+1)$ con $i = 1, ..., 7$ y a $i = 8$;tenemos 9 palomas y 8 palomares, por lo cual, aplicando el principio de palomar, tenemos por lo menos dos palomas en un palomar. Esto significa que hay dos números cuyas raíces cuadradas pertenecen a un mismo intervalo de longitud 1, y, por lo tanto, el valor absoluto de su diferencia está entre 0 y 1.

- **Ejercicio 10**

  Por principio de inducción:

  Para $n = 1$ vale que $1 + 2^3 + 3^3 = 1 + 8 + 27 = 36 =$ que es múltiplo de 9.

  Supongamos ahora que
  $$n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 = 9.K$$
  con K natural.

  Se quiere probar que
  $$(n+1)^3 + (n+2)^3 + (n+3)^3 = 9.J$$
  para algún J natural. Pero

  $$(n+1)^3+(n+2)^3+(n+3)^3 = (n+1)^3+(n+2)^3+n^3+9n^2+27n+27 = 9.K+9(n^2+3n+3) = 9(K+n^2+3n+3)$$

  Luego $J = K + n^2 + 3n + 3$